

ilio la curva che si considera è la linea di stringimento, si  
 ha  $x_1 = 0$ , epperò

$$-p_1 \sim \sim \sim \frac{i}{I^7} \sim \sim M' \quad du$$

ovvero, chiamando  $\theta$  l'angolo di contingenza della linea  
 trasformata,

formola da cui si deduce un teorema noto \*).

Chiamiamo ora  $\alpha$ ,  $(\alpha, y_x; a_2, p_2, y_2; a_3, y_3)$  i coseni degli  
 angoli fati coi tre assi dalla tangente, dalla normale principale e  
 dalla perpendicolare al piano osculatore della direttrice trasformata.  
 Osservando che la generatrice della superficie trasformata è nel  
 piano osculatore di questa curva e fa l'angolo  $\theta$  colla tangente ad  
 essa, si vede essere

$$(i) \quad I_1 = a_t \cos \theta + a_n \sin \theta, \quad m_1 = \alpha \cos \theta - (\alpha_n \sin \theta, \quad n_1 =$$

$y_x \cos \theta - y_n \sin \theta$ , da cui, ricordando le già citate relazioni del

sig. SERRET, si deduce

dove  $r$ , è il raggio di torsione della curva trasformata. Di qui si  
 cava [(7), (17)]

$$(19) \quad T < = \frac{\sin^2 \theta}{y r \sin \theta - x^2}$$

Le due equazioni (17), (19), insieme colla (3), definiscono  
 completamente le tre funzioni  $f_z$ ,  $v_{ij}$ ,  $C_i$ , conosciute le quali le  $f_x$ ,  
 $m_t$ ,  $n_t$  sono date dalle (18).

Il valore di  $r_1$  non diventa infinito che per  $(e'^2 \sin^2 \theta - x^2 = 0$ ,  
 cioè la curva trasformata non può essere piana che quando la  
 superficie primitiva è svilupparle, lo che è anche chiaro per sé.  
 Bisogna però eccettuare il caso in cui la direttrice coincide collo  
 spigolo di regresso della superficie svilupparle, giacché allora si ha  
 $\theta = 0$ ,  $x = 0$  e la forinola precedente diventa indeterminata, come  
 dev'essere: infatti comunque si pieghi una superficie svilupparle,  
 purché le sue primitive generatrici si mantengano rettilinee, è chiaro  
 che il suo spigolo di regresso conserva sempre la proprietà carat-  
 teristica delle linee asintotiche, e, mentre la sua curvatura di prima  
 specie si mantiene invariata in ciascun punto, la torsione può ricevere  
 valori variabili con legge arbitraria..

\*) PAUL SERRET, Théorie nouvelle géométrique et mécanique des Hgnes a  
 donile courbure, Paris, 1860, pag. 150.